

তরঙ্গ আলোকবিজ্ঞান

Wave Optics



At A Glance

Wave Optics : Eletromagnetic nature of light. Definition and properties of wave front. Huygen's principle.

6.1 আলোর প্রকৃতি (Nature of light)

আলোকের স্বভাবের গভীর ধর্মের উপর ভিত্তি করে জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞানের সমস্ত ঘটনারই গ্রহণযোগ্য ব্যাখ্যা করা যায়। সেক্ষেত্রে আলোর প্রকৃতি নিয়ে আলোচনার প্রয়োজনীয়তাও আসে না। কিন্তু ভৌত আলোকবিজ্ঞানের মূল প্রতিপাদ্য বিষয়ই হল আলোর প্রকৃতি সম্পর্কে সঠিক ধারণা প্রতিষ্ঠা এবং এর সাহায্যে আলোর ভৌত ঘটনাবলির যথাযথ ব্যাখ্যা উপস্থাপন করা।

1675 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আলোর কণিকা তত্ত্ব (corpuscular theory) বা নিঃসরণ তত্ত্ব (emission theory) প্রবর্তন করেন। এই তত্ত্ব অনুযায়ী যে-কোনো ভাস্বর বস্তু সমস্ত দিকে অতিক্ষুদ্র কণা (corpuscles)-র স্রোত নিঃসরণ করে। এই কণাগুলি কোনো মাধ্যমের মধ্য দিয়ে প্রচণ্ড কিন্তু সসীম বেগে গতিশীল হয়। এই তত্ত্ব আলোর স্বভাবের গতি (rectilinear propagation) এবং জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞানের ঘটনাবলির যথাযথ ব্যাখ্যা করতে সক্ষম হয়; কিন্তু এই তত্ত্ব ভৌত আলোকবিজ্ঞানের ঘটনাবলির অর্থাৎ ব্যাতিচার, অপবর্তন, সমবর্তন নিউটন রিং সৃষ্টি প্রভৃতি ঘটনার ব্যাখ্যা দিতে ব্যর্থ হয়।

আলোর কণিকা তত্ত্বের ব্যর্থতার পর ডাচ পদার্থবিজ্ঞানী হাইগেন্স আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব (wave theory) উপস্থাপন করেন। এই তত্ত্ব অনুযায়ী, আলো একপ্রকার তরঙ্গ যার উৎপত্তির কারণ হল সর্বব্যাপি (all-pervasive) সমসত্ত্ব ইথার মাধ্যমের যান্ত্রিক কম্পন। এ প্রসঙ্গে বলা প্রয়োজন যে, ইথার মাধ্যম আসলে একটি কাল্পনিক মাধ্যম, যার স্থিতিস্থাপকতা (elasticity) এবং জাড্য (inertia) উভয় ধর্ম বর্তমান, যাতে এর মধ্য দিয়ে তরঙ্গের বিস্তার সম্ভবপর হয়। বিন্দু উৎস থেকে যান্ত্রিক আলোড়ন (mechanical disturbance) অনুদৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক তরঙ্গের আকারে সমস্ত দিকে বিস্তৃত হয়। এই তত্ত্ব অনুযায়ী, তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিভিন্নতার কারণে আলোর বর্ণের বিভিন্নতার সৃষ্টি হয়। পরবর্তীকালে প্রমাণিত হয় যে, আলোর অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ধারণা সঠিক নয়। ফলে ইয়ং, ফ্রেনেল প্রমুখ বিজ্ঞানীগণ হাইগেন্সের তরঙ্গ তত্ত্বকে সমর্থন করলেও তাঁরা আলোককে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বৈপরিত্যে তির্যক তরঙ্গ হিসাবে বিবেচনার প্রস্তাব করেন।

কোন মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা E এবং ঘনত্ব ρ হলে ওই মাধ্যমে তরঙ্গের সঞ্চারিত হওয়ার বেগ হয় $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ।

কোন মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আলোর গতিবেগের মান খুব উচ্চমানের হয়। সুতরাং, ইথার মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আলোর

গতিবেগ উচ্চমানের হওয়ার জন্য মাধ্যমটির স্থিতিস্থাপকতা অতি উচ্চমানের এবং ঘনত্ব অতি নিম্নমানের হওয়া প্রয়োজন, যে দুটি ধর্ম পরস্পর বিরোধী। সুতরাং, ইথার মাধ্যমের অস্তিত্ব বাস্তব সম্ভব নয়।

6.2

আলোর তড়িৎচুম্বকীয় প্রকৃতি (Electromagnetic nature of light)

কাল্পনিক ইথার মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আলোক তরঙ্গের বিস্তারের তত্ত্ব যুক্তিযুক্ত না হওয়ায় 1860 খ্রিস্টাব্দে ইংরেজ বিজ্ঞানী ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল (Clerk Maxwell) আলোর তড়িৎচুম্বকীয় তত্ত্ব (electromagnetic theory of light)-এর অবতারণা করেন। বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল তড়িৎ ও চুম্বকত্বের পরীক্ষালব্ধ সূত্রগুলিকে একত্রিত করে তড়িৎচুম্বকত্বের একটি সুসংগত তত্ত্ব প্রতিষ্ঠা করেন, যা আলোর তড়িৎচুম্বকীয় তত্ত্ব (electromagnetic theory of light) হিসাবে পরিচিত। এই তত্ত্ব অনুসারে আলোক তরঙ্গ হল তির্যক তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ (transverse electromagnetic wave), যা পরিবর্তী তড়িৎক্ষেত্র ও চুম্বকক্ষেত্রের সমন্বয়। তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গে তড়িৎক্ষেত্র ও চুম্বকক্ষেত্রদ্বয়ের কম্পনের অভিমুখ পরস্পরের লম্বদিকে হয় যাদের প্রত্যেকটি আবার আলোক তরঙ্গের গতির লম্বাভিমুখে হয়। কোনো মাধ্যমে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের গতিবেগ,

... (1)

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

যেখানে c হল আধানের স্থির তাড়িতিক একক এবং তড়িৎচুম্বকীয় এককের অনুপাত; μ_r = মাধ্যমের আপেক্ষিক চৌম্বক ভেদ্যতা এবং ϵ_r = মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক (dielectric constant)। যে-কোনো স্বচ্ছ মাধ্যমের ক্ষেত্রে $\mu_r = 1$ এবং শূন্য মাধ্যমে $\epsilon_r = 1$ ।

$$\therefore \text{শূন্য মাধ্যমে } v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.99 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

1873 খ্রিস্টাব্দে ম্যাক্সওয়েল গবেষণাগারে c -এর মান পরিমাপ করে দেখলেন যে তা প্রায় $2.93 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ । এই দুই ফলাফলের সামঞ্জস্যের উপর ভিত্তি করেই তিনি ধারণা করেন যে আলো হল উচ্চ কম্পাঙ্কের তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ। 1887 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী হার্জ পরীক্ষাগারে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের উৎপাদন এবং সনাক্তকরণের মাধ্যমে ম্যাক্সওয়েলের তত্ত্বকে সুনিশ্চিত করেন। পরবর্তীকালে ফ্যারাডে ক্রিয়া (Faraday effect) এবং জিম্যান ক্রিয়া (Zeeman effect)-এর আবিষ্কার আলোর তড়িৎচুম্বকীয় তত্ত্বের ভিত্তি আরও মজবুত করে।

6.3

তরঙ্গামুখের সংজ্ঞা ও ধর্ম (Definition and properties of wavefront)

কোনো উৎস থেকে নির্গত হওয়ার পর আলোক যখন কোনো মাধ্যমের মধ্য দিয়ে তরঙ্গের আকারে বিস্তার লাভ করে তখন মাধ্যমের কণাগুলির আন্দোলন হতে থাকে।

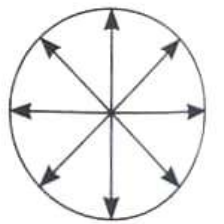
যে-কোনো মুহূর্তে সমদশা সম্পন্ন কণাগুলির সঞ্চারপথ (locus)-কেই তরঙ্গামুখ বলা হয়।

কোনো উৎস থেকে সৃষ্ট তরঙ্গামুখ যে গতিবেগে বিস্তার লাভ করে তাকে বলা হয় দশাবেগ (Phase velocity)। তরঙ্গামুখের অভিলম্ব সরলরেখা বরাবর তরঙ্গের শক্তি প্রবাহিত হয়। তরঙ্গের এই শক্তি প্রবাহের অভিমুখই হল রশ্মি (ray)। সুতরাং, রশ্মি হল আসলে আলোকশক্তির প্রবাহের অভিমুখ।

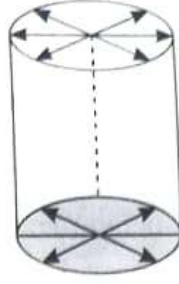
ত্রিমাত্রিক দেশ (3-D space)-এ তরঙ্গামুখ হল একটি কাল্পনিক তল যে তলের উপর অবস্থিত কণাগুলির কম্পন সম্পাদিত হয়। কোনো বিন্দু উৎস থেকে নির্গত হয়ে আলো সমস্ত দিকে একই গতিবেগে বিস্তার লাভ করায় সমদশাসম্পন্ন কণাগুলি একটি গোলায় তলের উপর অবস্থিত হয়। ফলে বিন্দু উৎসের ক্ষেত্রে তরঙ্গামুখ গোলাকার হয় [চিত্র 6.1(a)]। এক্ষেত্রে আলোক তরঙ্গের তীব্রতা উৎস থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে হ্রাস পায়। যদি কার্ভেজীয় স্থানাঙ্কের মূলবিন্দু থেকে $t = 0$ সময়ে তরঙ্গের উৎপত্তি ঘটে তবে t সময় পরে তরঙ্গামুখটি ct ব্যাসার্ধের চিত্র-6.1(a) গোলায় তরঙ্গামুখ যেখানে c = আলোর গতিবেগ) গোলকের তল হয়। সুতরাং, তরঙ্গামুখটির গাণিতিক সমীকরণ হয়,

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

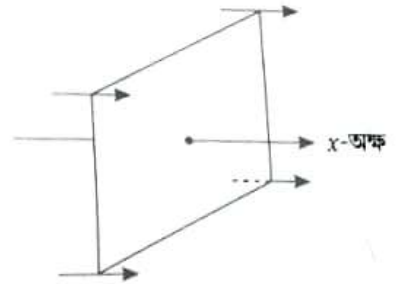
... (2)



আলোর উৎস যদি রৈখিক হয় তাহলে যে-কোনো মুহূর্তে সমদশাসম্পন্ন কণাগুলির সম্ভারপথ বেলনাকার (cylindrical) হয়, অর্থাৎ রৈখিক উৎস (linear source) থেকে নির্গত তরঙ্গামুখ হল চোঙাকার [চিত্র 6.1(b)]।



চিত্র-6.1(b) চোঙাকার তরঙ্গামুখ



চিত্র-6.1(c) সমতল তরঙ্গামুখ

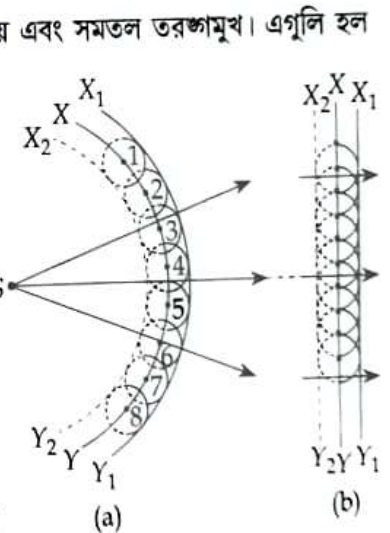
আলোর উৎস অনেক দূরে অবস্থিত হলে বা উৎস বিস্তৃত হলে সৃষ্ট তরঙ্গামুখ সমতল আকৃতি বিশিষ্ট হয় [চিত্র 6.1(c)]। এক্ষেত্রে তরঙ্গামুখটি ধনাত্মক x -অক্ষ অতিমুখে গতিশীল। সুতরাং, তরঙ্গামুখটির সমীকরণ হয় $x = \text{ধ্রুবক}$ । এ প্রসঙ্গে বলে রাখা যায় যে, গোলাীয় তরঙ্গ মুখের ব্যাসার্ধ খুব বেশি হলে, তরঙ্গামুখের ক্ষুদ্র অংশকে সমতল তরঙ্গামুখ (Plane wave front) বলে ভাবা যায়।

6.4

হাইগেন্সের নীতি (Huygen's Principle)

হাইগেন্সের নীতি অনুযায়ী, কোনো সমসত্ত্ব ও সমসারী (homogeneous and isotropic) মাধ্যমে কোনো বিন্দু-উৎস থেকে নির্গত আলোক তরঙ্গ সমবেগে সমস্ত দিকে বিস্তৃত হয়, ফলে তরঙ্গামুখ হয় গোলাকার [চিত্র 6.2(a)]। হাইগেন্সের মত অনুসারে, তরঙ্গামুখের অবস্থিত প্রতিটি বিন্দু নতুন বিন্দু-উৎস হিসাবে কাজ করে। এই বিন্দুগুলিকে বলা হয় গৌণ উৎস (Secondary sources) এবং এই গৌণ উৎসগুলি থেকে নির্গত তরঙ্গামুখগুলিকে বলা হয় গৌণ অণুতরঙ্গ (Secondary wavelets)।

চিত্র 6.2(a) এবং 6.2(b)-তে XY হল যে-কোনো মুহূর্ত t -তে যথাক্রমে গোলাীয় এবং সমতল তরঙ্গামুখ। এগুলি হল প্রাথমিক তরঙ্গামুখ (primary wave fronts)। হাইগেন্সের নীতি অনুযায়ী প্রাথমিক তরঙ্গামুখের প্রতিটি বিন্দু থেকে গৌণ অণুতরঙ্গ নিঃসৃত হয়। t মুহূর্ত থেকে Δt সময় পর প্রাথমিক তরঙ্গামুখ XY -এর বিন্দুগুলি থেকে সৃষ্ট গৌণ অণুতরঙ্গ $c \cdot \Delta t$ দূরত্ব অতিক্রম করে। XY তলের উপরিস্থ 1, 2, 3... ইত্যাদি বিন্দুগুলিকে কেন্দ্র করে $c \cdot \Delta t$ ব্যাসার্ধের গোলক অঙ্কন করলে ওই গোলকগুলি গৌণ অনুতরঙ্গগুলিকে প্রকাশ করে। এই অনুতরঙ্গগুলির স্পর্শতলদ্বয় X_1Y_1 ও X_2Y_2 , $t + \Delta t$ সময়ের মুহূর্তে গৌণ তরঙ্গামুখ (Secondary wave front) নির্দেশ করে। এক্ষেত্রে X_1Y_1 হল সম্মুখবর্তী তরঙ্গামুখ (forward wave front) এবং X_2Y_2 হল পশ্চাৎমুখী তরঙ্গামুখ (backward wave front)। হাইগেন্সের তত্ত্ব অনুসারে, কেবলমাত্র সম্মুখবর্তী তরঙ্গামুখই বিবেচিত হবে, বিপরীতমুখী তরঙ্গামুখের অস্তিত্ব থাকা সম্ভব নয়। কিন্তু পশ্চাৎমুখী তরঙ্গামুখের অস্তিত্ব না থাকার ব্যাখ্যা হাইগেন্সের তত্ত্বে পাওয়া যায় না। তবে যাই হোক পরবর্তীকালে হাইগেন্সের এই ধারণার তাত্ত্বিক এবং পরীক্ষামূলক প্রমাণ পাওয়া যায়। সুতরাং, $t + \Delta t$ সময়ের মুহূর্তে তরঙ্গামুখটির নতুন অবস্থান হয় X_1Y_1 । এইভাবেই মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আলোক তরঙ্গের বিস্তার ঘটে।



চিত্র-6.2(a) গোলাীয় তরঙ্গামুখ এবং
(b) সমতল তরঙ্গামুখ

বিশেষ দ্রষ্টব্য :

কার্শফ (Kirchhoff) গাণিতিকভাবে দেখান যে, তরঙ্গামুখের বিস্তার রেখার সঙ্গে অর্থাৎ রশ্মির অভিমুখের সঙ্গে θ কোণে অবস্থিত দিকে অণুতরঙ্গগুলির বিস্তারের কার্যকর গুণক (effective factor) হয়, $f(\theta) = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)$ । এই গুণককে বলা হয় তির্যকতা গুণক (obliquity factor)। সম্মুখবর্তী তরঙ্গের ক্ষেত্রে $\theta = 0$ হয়। সুতরাং, $f = \frac{1}{2} (1 + \cos 0^\circ) = \frac{1}{2} (1 + 1) = 1$ হয়। এটি নির্দেশ করে যে, সম্মুখ বরাবর অণুতরঙ্গগুলির বিস্তার হয় সর্বাধিক। পশ্চাৎমুখী তরঙ্গের ক্ষেত্রে $\theta = \pi$ হয়, ফলে

$f = \frac{1}{2}(1 + \cos\pi) = \frac{1}{2}(1 - 1) = 0$ হয়। ইহা নির্দেশ করে যে পশ্চাৎমুখে অণুতরঙ্গগুলির বিস্তার শূন্য হয়। তাই তরঙ্গের বিস্তারকালে পশ্চাৎমুখী তরঙ্গামুখের কোন অস্তিত্ব থাকে না।

6.5

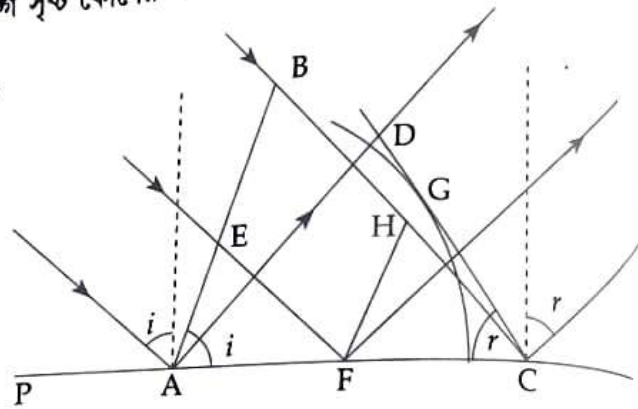
তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিফলনের ব্যাখ্যা (Explanation of Reflection of Light using Wave Theory)

হাইগেনসের তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিফলনের যথাযথ ব্যাখ্যা সম্ভব।

তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিফলন ব্যাখ্যা করার জন্য একটি সমতল প্রতিফলক তল থেকে সমতল তরঙ্গামুখের প্রতিফলন বিবেচনা করা হল। চিত্র 6.3-তে PQ হল একটি সমতল প্রতিফলক তল এবং AB হল আপতিত তরঙ্গামুখ যা A বিন্দুতে প্রতিফলক তলকে স্পর্শ করে। এক্ষেত্রে রশ্মির আপতন কোণ হল অভিলম্বের সঙ্গে আপতিত রশ্মি কর্তৃক উৎপন্ন কোণ, যা আপতিত তরঙ্গামুখ কর্তৃক প্রতিফলক তলের সঙ্গে সৃষ্ট কোণের সমান।

$$\therefore \text{আপতন কোণ} = i = \angle BAC$$

প্রতিফলক তলের A বিন্দুতে তরঙ্গামুখটি তলটিকে স্পর্শ করায় ওই বিন্দু থেকে নির্গত গৌণ অণুতরঙ্গগুলি মাধ্যমের মধ্য দিয়ে বিস্তৃত হবে। একইসঙ্গে তরঙ্গামুখের B বিন্দু থেকে আগত আলোড়ন তলের উপর C বিন্দুতে এসে পৌঁছাবে। যে সময়ে B বিন্দু থেকে আলোড়ন প্রতিফলন তলের C বিন্দুতে এসে পৌঁছায় সেই সময়ে A বিন্দু থেকে নির্গত গৌণ অণুতরঙ্গ BC ব্যাসার্ধের গোলায় তরঙ্গামুখ তৈরি করে।



চিত্র-6.3 তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিফলন

প্রতিফলিত তরঙ্গামুখের অবস্থান নির্ণয়ের জন্য A বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে গোলকের অংশ অঙ্কন করা হল। C বিন্দু থেকে অঙ্কিত তল CD যা ওই গোলায় তলটিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করে, প্রতিফলিত তরঙ্গামুখ নির্দেশ করে। CD তলটি প্রকৃত প্রতিফলিত তরঙ্গামুখ হবে যদি যে সময়ে A বিন্দু থেকে নির্গত গৌণ তরঙ্গ D বিন্দুতে পৌঁছায় সেই একই সময়ে আপতিত তরঙ্গামুখের যে-কোনো বিন্দু E থেকে নির্গত গৌণতরঙ্গ প্রতিফলক তলের F বিন্দুতে প্রতিফলিত হয়ে CD তলে পৌঁছায়। অন্যভাবে বলা যায়, F বিন্দু থেকে CD তলের উপর অঙ্কিত অভিলম্ব FG হলে যদি $EF + FG = AD = BC$ হয় তবেই CD তলটি প্রকৃত প্রতিফলিত তরঙ্গামুখ হবে।

BC-এর উপর FH অভিলম্ব অঙ্কন করা হল।

এখন $\triangle BAC$ ও $\triangle ADC$ -এর ক্ষেত্রে, $AD = BC$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ এবং AC হল সাধারণ বাহু। সুতরাং, $\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ হল সর্বসম (congruent)।

$$\therefore \angle BAC = \angle DCA$$

আবার, FH হল AB-এর সমান্তরাল।

$$\therefore \angle HFC = \angle BAC = \angle DCA = \angle GCF$$

এখন $\triangle FHC$ এবং $\triangle FGC$ -এর ক্ষেত্রে, $\angle GCF = \angle HFC$ (পূর্বে প্রমাণিত)

$$\angle CGF = \angle FHC = 90^\circ \text{ এবং } FC \text{ হল সাধারণ বাহু।}$$

$$\therefore \triangle FHC \text{ এবং } \triangle FGC \text{ হল সর্বসম ত্রিভুজ।}$$

$$\therefore FG = HC$$

$$\therefore EF + FG = EH + HC = BC = AD$$

সুতরাং, CD হল প্রকৃত প্রতিফলিত তরঙ্গামুখ।

এখন $\angle BAC = \angle DCA$ ।

আবার, $\angle BAC = i =$ আপতন কোণ এবং $\angle DCA = r =$ প্রতিফলন কোণ।

$\therefore$ আপতন কোণ (i) = প্রতিফলন কোণ (r)। এটিও পরিস্কার যে, আপতিত রশ্মি, প্রতিফলিত রশ্মি এবং আপতন বিন্দুতে প্রতিফলক তলের উপর অঙ্কিত অভিলম্ব একই সমতলে অবস্থিত।

সুতরাং, হাইগেন্সের তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিফলন ব্যাখ্যায়িত হল।

6.6

তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিসরণের ব্যাখ্যা (Explanation of Refraction of Light on the basis of Wave Theory)

তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করার জন্য একটি সমতল প্রতিসারক তলে একটি সমতল তরঙ্গামুখের প্রতিসরণ বিবেচনা করা হল। চিত্র 6.4-এ PQ হল একটি সমতল প্রতিসারক তল যা দুটি মাধ্যম I ও II-এর বিভেদতল। ধরা যাক, I এবং II মাধ্যম দুটিতে আলোর গতিবেগ যথাক্রমে c_1 এবং c_2 এবং মাধ্যমদ্বয়ের প্রতিসরাঙ্ক যথাক্রমে n_1 ও n_2 ।

ধরা যাক, একটি সমতল তরঙ্গামুখ AB, PQ প্রতিসারক তলের উপর আপতিত হয়েছে এমনভাবে যে তরঙ্গামুখটি A বিন্দুতে বিভেদতলকে স্পর্শ করে। এক্ষেত্রে আপতিত রশ্মির আপতন কোণ হল আপতিত রশ্মি কর্তৃক অভিলম্বের সঙ্গে সৃষ্ট কোণ, যা আপতিত তরঙ্গামুখ কর্তৃক বিভেদতলের সঙ্গে সৃষ্ট কোণ।

$\therefore$ আপতন কোণ, $i = \angle BAC$

আপতিত তরঙ্গামুখের B বিন্দু থেকে আলোড়ন যে সময়ে বিভেদতলের C বিন্দুতে এসে পৌঁছাবে সেই সময়ে A বিন্দু থেকে নির্গত গৌণ অণুতরঙ্গ

II মাধ্যমে AD দূরত্ব অতিক্রম করে যাতে, $\frac{AD}{c_2} = \frac{BC}{c_1}$ হয়। ... (3)

এখন, A-কে কেন্দ্র করে AD ব্যাসার্ধের একটি গোলক অঙ্কন করা হল। কাজেই C বিন্দু থেকে অঙ্কিত AD ব্যাসার্ধের গোলকটির স্পর্শক তল দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রতিসৃত তরঙ্গামুখকে প্রকাশ করবে।

CD তলই প্রকৃত প্রতিসৃত তরঙ্গামুখ হবে যদি যে সময়ে আপতিত তরঙ্গামুখের B বিন্দু থেকে তরঙ্গা বিভেদতলের C বিন্দুতে এসে পৌঁছায় এবং A বিন্দু থেকে নির্গত গৌণ তরঙ্গা D বিন্দুতে পৌঁছায়, সেই সময়ে আপতিত তরঙ্গামুখের যে-কোনো বিন্দু E থেকে আলোড়ন বিভেদতলের F বিন্দুতে প্রতিসৃত হয়ে দ্বিতীয় মাধ্যমে CD তলের উপরিস্থ G বিন্দুতে পৌঁছায়, অর্থাৎ যদি

$$\frac{EF}{c_1} + \frac{FG}{c_2} = \frac{BC}{c_1} = \frac{AD}{c_2} \text{ হয়।} \quad \dots (4)$$

যেখানে FG হল CD তলের উপর লম্ব।

এখন F বিন্দু থেকে BC-এর উপর FH লম্ব অঙ্কন করা হল।

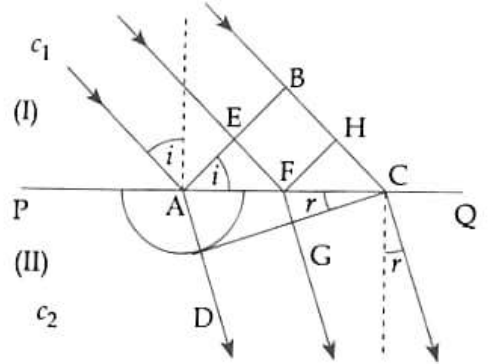
$$\therefore \frac{BC}{c_1} = \frac{BH}{c_1} + \frac{HC}{c_1} \quad [\because BC = BH + HC] \quad \dots (5)$$

এখন $\triangle ABC$ ও $\triangle HCF$ হল সদৃশকোণী ত্রিভুজ। সুতরাং, ওই ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রে লেখা যায়,

$$\frac{FC}{AC} = \frac{HC}{BC} \quad \dots (6)$$

আবার $\triangle ADC$ এবং $\triangle FGC$ হল সদৃশকোণী ত্রিভুজ। সুতরাং, ওই ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রে লেখা যায়,

$$\frac{FC}{AC} = \frac{FG}{AD} \quad \dots (7)$$



চিত্র-6.4 তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিসরণ

(6) এবং (7) নং সমীকরণদ্বয় থেকে পাওয়া যায়,

$$\frac{HC}{BC} = \frac{FG}{AD} \quad \dots (8)$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{FG}{HC}$$

$$(4) \text{ নং সমীকরণ থেকে লেখা যায়, } \frac{AD}{BC} = \frac{c_2}{c_1} \quad \dots (9)$$

$$\therefore \frac{FG}{HC} = \frac{c_2}{c_1};$$

$$\Rightarrow \frac{HC}{c_1} = \frac{FG}{c_2} \quad \dots (10)$$

$\therefore$ (5) নং সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$\frac{BC}{c_1} = \frac{BH}{c_1} + \frac{FG}{c_2} = \frac{AD}{c_2} \quad \left[\because \frac{HC}{c_1} = \frac{FG}{c_2} \right]$$

$\therefore$ CD তলটি প্রকৃত প্রতিসৃত তরঙ্গামুখকে নির্দেশ করে।

দ্বিতীয় মাধ্যমে রশ্মির প্রতিসরণ কোণ = প্রতিসৃত তরঙ্গামুখ কর্তৃক বিভেদতলের সঙ্গে সৃষ্ট কোণ = $\angle ACD = r$.

$$\text{এখন, } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{BC/AC}{AD/AC} = \frac{BC}{AD} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\frac{c}{n_2}}{\frac{c}{n_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad \dots (11)$$

(11) নং সমীকরণটি হল প্রতিসরণের স্নেলের সূত্রের সাধারণ রূপ। সুতরাং তরঙ্গাতত্ত্বের সাহায্যে স্নেলের সূত্র ব্যাখ্যা করা গেল। আবার চিত্র থেকে পরিষ্কার যে, আপতিত রশ্মি, প্রতিসৃত রশ্মি এবং মাধ্যমদ্বয়ের বিভেদতলের উপর অঙ্কিত অভিলম্ব একই সমতলে অবস্থিত।

সুতরাং হাইগেন্সের তরঙ্গ তত্ত্বের সাহায্যে আলোর প্রতিসরণের যথাযথ ব্যাখ্যা পাওয়া যায়।