'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL

B.Sc. Programme 6th Semester Examination, 2024

DSE1/2/3-P2-MATHEMATICS

(REVISED SYLLABUS 2023 / OLD SYLLABUS 2018)

Time Allotted: 2 Hours — Full Marks: 60

The figures in the margin indicate full marks.

The question paper contains paper DSE-2A and DSE-2B.
The candidates are required to answer any *one* from *two* courses.
Candidates should mention it clearly on the Answer Book.

DSE-2A

METRIC SPACES AND COMPLEX ANALYSIS

GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क

1. Answer any ***four*** questions: $3\times 4 = 12$

যে-কোন ***চারটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै ***चारवटा*** प्रश्नका उत्तर दिनुहोस् :

(a) Show that a harmonic function $u(x, y)$ satisfies the differential equation $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$.

দেখাও যে যে-কোন একটি harmonic অপেক্ষক $u(x, y)$ অবকলন সমীকরণ $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ -কে সিদ্ধ করে।

Harmonic प्रकार्य $u(x, y)$ ले भिन्नता समीकरण $\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \bar{z}} = 0$ लाई सन्तुष्ट गर्दछ भनि देखाउनुहोस्।

(b) Show that $f(z) = \text{Im}(z)$ is nowhere differentiable in $\mathbb{C}$.

দেখাও যে $f(z) = \text{Im}(z)$ অপেক্ষকটি $\mathbb{C}$-তে কোথাও অবকলনযোগ্য নয়।

देखाउनुहोस् कि $\mathbb{C}$ मा $f(z) = \text{Im}(z)$ कुनै पनि अवकलनीय हुदैन।

(c) Show that $\lim_{z\to 0}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)$ does not exist.

দেখাও যে, $\lim_{z\to 0}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)$ -এর কোন অস্তিত্ব নেই।

$\lim_{z\to 0}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)$ exists गर्दैन भनी प्रमाण गर।

(d) In a metric space, show that arbitrary intersection of closed sets is closed.

দেখাও যে metric space-এ closed sets-এর arbitrary intersection, closed set হবে।

कुनै metric space मा closed set हरुको arbitrary प्रतिच्छेदन closed छ भनी देखाउनुहोस्।

(e) Let d be metric on X. Define $\bar{d}(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ for all $x, y \in X$. Show that $\bar{d}$ is a metric on X.

ধরি d একটি metric X -এর উপর। যদি $\bar{d}(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ হয় যে-কোন $x, y \in X$ -এর জন্য, তাহলে দেখাও যে $\bar{d}$ একটি metric X-এর উপর।

Maynaguri College Library

यदि X मा d एक metric भए अनि $\bar{d}(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}\ \forall\, x, y \in X$ ले परिभाषित भए देखाउनुहोस् कि X मा $\bar{d}$ एक metric हो।

(f) Find the image of the point $z = \sqrt{3} - i$ on the Riemann sphere under the stereographic projection.

Stereographic projection-এর সাহায্যে, Riemann sphere-এর মধ্যে $z = \sqrt{3} - i$ বিন্দুটির প্রতিবিম্ব নির্ণয় কর।

Stereographic projection अन्तर्गत Riemann sphere मा बिन्दु $z = \sqrt{3} - i$ को छवि फेला पार्नुहोस्।

GROUP-B / বিভাগ-খ / समूह-ख

Answer any *four* questions 6×4 = 24

যে-কোন *চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও

कुनै *चारवटा* प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस्

2. Let X be the set of all positive integers and $d(m, n) = \left|\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right|$. Show that (X, d) is not complete.

প্রমাণ কর স্বাভাবিক সংখ্যার সেটটি $d(m, n) = \left|\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right|$, $m, n \in \mathbb{N}$, metric-এর সাপেক্ষে incomplete।

यदि X धनात्मक पूर्णांकहरूको सेट अनि $d(m, n) = \left|\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right|$ भए (X, d) complete छैन भनी देखाउनुहोस्।

3. Let $f(z)$ be analytic in a domain D. If $f'(z) = 0$ in D then prove that f is constant.

ধরি f একটি analytic অপেক্ষক domain D তে। যদি $f'(z) = 0,\ \forall\, z \in D$, হয় তাহলে দেখাও যে f একটি ধ্রুবক।

क्षेत्र D मा $f(z)$ analytic अनि $f'(z) = 0$ भए f स्थिरांक छ भनी प्रमाण गर्नुहोस्।

4. Let $u : D(\subseteq \mathbb{C}) \longrightarrow \mathbb{C}$ be defined by $u(x, y) = x^2 + 2xy + 3$. Can you construct an analytic function $f : D \longrightarrow \mathbb{C}$ such that $\text{Re}(f) = u$, (where you can choose D suitably)? If the construction is not possible, then explain the reason.

ধরি, $u : D(\subseteq \mathbb{C}) \longrightarrow \mathbb{C}$ একটি অপেক্ষক নিম্নলিখিতভাবে বর্ণিতঃ

$$u(x, y) = x^2 + 2xy + 3$$

D কে ইচ্ছেমত নিয়ে তুমি কি একটি analytic অপেক্ষক তৈরি করতে পারবে যাতে $\text{Real}(f) = u$ হয়? যদি সম্ভব না হয়, তাহলে কারণ দর্শাও।

यदि $u : D(\subseteq \mathbb{C}) \longrightarrow \mathbb{C}$ लाई $u(x, y) = x^2 + 2xy + 3$ ले परिभाषित गरिए के तिमीले एउटा analytic फलन निर्माण गर्न सक्छौ, जहाँ $\text{Re}(f) = u$ हुन्छ ? (D लाई आफ्नो हिसाबले छान्नुहोस्)। यदि निर्माण नभएको खण्डमा त्यसको कारण बताउ।

5. (a) Prove that the argument function 'arg', where arg: $\mathbb{C} - \{0\} \to (-\pi, \pi]$ is not a continuous function. 3+3

প্রমাণ কর যে argument অপেক্ষক 'arg' যেখানে arg: $\mathbb{C} - \{0\} \to (-\pi, \pi]$-টি সন্তত নয়।

Argument फलन 'arg' जहाँ arg: $\mathbb{C} - \{0\} \to (-\pi, \pi]$ निरन्तर छैन भनी प्रमाण गर।

(b) Prove that for any two distinct points a, b in a metric space (X, d) there exist disjoint open spheres with centres a and b respectively.

Maynaguri College Library

দেখাও যে (X, d) metric space-এ যে-কোন দুটি পৃথক বিন্দু a এবং b-এর জন্য দুটি ভিন্ন a এবং b কেন্দ্রবিন্দু বিশিষ্ট মুক্তগোলক (open sphere) বিদ্যমান।

प्रमाण गर्नुहोस् कि metric space (X, d) मा कुनै विशिष्ट बिंदु a, b को लागि केन्द्र a अनि b भएको विच्छेदन open spheres हुन्छ ।

6. Show that $(\mathbb{R}, d)$ is a metric space where d is given by

$$d(x, y) = \begin{cases} |x-y| , & \text{if } xy \le 0 \\ |x|+|y| , & \text{otherwise} \end{cases}$$

প্রমাণ কর $(\mathbb{R}, d)$ একটি metric space যেখানে d নিম্নলিখিতভাবে প্রদত্তঃ

$$d(x, y) = \begin{cases} |x-y| , & \text{যদি } xy \le 0 \text{ হয়,} \\ |x|+|y| , & \text{অন্যথায়} \end{cases}$$

देखाउनुहोस् कि $(\mathbb{R}, d)$ एक metric space हो जहाँ d लाई

$$d(x, y) = \begin{cases} |x-y| , & \text{if } xy \le 0 \\ |x|+|y| , & \text{otherwise} \end{cases}$$ ले दिइएको छ ।

7. Evaluate $\int\limits_{|z|=1} \frac{dz}{z+2}$ and hence deduce that $\int\limits_0^{2\pi} \frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta}\, d\theta = 0$.

$\int\limits_{|z|=1} \frac{dz}{z+2}$ -এর মান নির্ণয় কর এবং ইহা থেকে দেখাও $\int\limits_0^{2\pi} \frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta}\, d\theta = 0$ ।

$\int\limits_{|z|=1} \frac{dz}{z+2}$ को मूल्याङ्कन गर्नुहोस् अनि त्यसैले $\int\limits_0^{2\pi} \frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta}\, d\theta = 0$ निकाल्नुहोस् ।

GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग

Answer any *two* questions $12\times2 = 24$

যে-কোন *দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও

कुनै *दुईवटा* प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस्

8. (a) Applying Liouville's Theorem, prove Fundamental Theorem of Algebra. 4+3+5
Liouville-এর উপপাদ্যটি প্রয়োগ করে Fundamental Theorem of Algebra প্রমাণ কর।
Liouville's Theorem प्रयोग गरेर Fundamental Theorem of Algebra प्रमाण गर ।

(b) Prove that Cauchy sequence in a metric space is convergent if and only if it has a convergent subsequence.
কোন metric space-এ Cauchy sequence অভিসারী হবে যদি এবং শুধুমাত্র Cauchy sequence-টির একটি অভিসারী subsequence থাকে প্রমাণ কর।
प्रमाण गर्नुहोस् कि metric space मा Cauchy अनुक्रम अभिकेन्द्रित हो यदि यसको अभिकेन्द्रित उपानुक्रम भए मात्र ।

(c) Consider the Euclidean metric space $(\mathbb{R}^2, d)$. Show that the sets $A = \{(x, y):\ x^2+y^2<1\}$ and $B = \{(x, y):\ (x-2)^2+y^2<1\}$ are mutually disjoint but $d(A, B) = 0$.
ধর $(\mathbb{R}^2, d)$ একটি Euclidean metric space। তাহলে দেখাও যে $A = \{(x, y):\ x^2+y^2<1\}$ এবং $B = \{(x, y):\ (x-2)^2+y^2<1\}$ সেটদ্বয় পারস্পরিক বিচ্ছিন্ন কিন্তু $d(A, B) = 0$ ।

Mynaguri College Library

Euclidean metric space $(\mathbb{R}^2, d)$ मा सेटहरू $A=\{(x, y): x^2+y^2<1\}$ अनि $B=\{(x, y): (x-2)^2+y^2<1\}$ पारस्परिक रूपमा विच्छेदन तर $d(A, B)=0$ छन् भनी देखाउनुहोस्।

9. (a) Let A be a non-empty set in a metric space (X, d). Prove that A is open in (X, d) if and only if $\operatorname{Int}(A)=A$. 6+6

(X, d) metric space-এ যদি A একটি non-empty set হয় তাহলে প্রমাণ কর যে A একটি open set হবে (X, d) metric space-এ যদি এবং শুধুমাত্র যদি $\operatorname{Int}(A)=A$ হয়।

यदि metric space (X, d) मा A एक खाली नभएको सेट हो भने प्रमाण गर्नुहोस् कि (X, d) मा A open हो यदि $\operatorname{Int}(A)=A$ भए मात्र।

(b) If (X, d) is complete metric space, show that $(X, \bar{d})$ where $\bar{d}=\dfrac{d}{1+d}$, is complete.

যদি (X, d) একটি complete metric space হয়, তাহলে দেখাও যে $(X, \bar{d})$ যেখানে $\bar{d}=\dfrac{d}{1+d}$, complete metric space হবে।

यदि (X, d) complete metric space हो भने देखाउनुहोस् $(X, \bar{d})$ complete हो, जहाँ $\bar{d}=\dfrac{d}{1+d}$ ।

10.(a) Evaluate: / নির্ণয় করঃ / मूल्याङ्कन गर्नुहोस् : 6+6

$$\int_{|z+4|=2} \frac{z\,dz}{(16-z^2)(z+i)}$$

(b) If $f(z)$ is an analytic function of z, prove that

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)[\operatorname{Re} f(z)]^2=2|f'(z)|^2$$

যদি $f(z)$ একটি analytic অপেক্ষক হয় তাহলে প্রমাণ কর যে $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)[\operatorname{Re} f(z)]^2=2|f'(z)|^2$ ।

यदि $f(z)$ z को एक analytic फलन हो भने प्रमाण गर

$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)[\operatorname{Re} f(z)]^2=2|f'(z)|^2$ ।

11.(a) State and prove Cauchy-Riemann equations. 6+6

Cauchy-Riemann সমীকরণগুলি বর্ণনা কর এবং সেগুলি প্রমাণ কর।

Cauchy-Riemann समीकरणहरू उल्लेख अनि प्रमाण गर।

(b) If $\mathbb{R}^*$ be the extended real number system then prove that the function $d: \mathbb{R}^*\times\mathbb{R}^*\longrightarrow\mathbb{R}$ given by $d(x, y)=|\tan^{-1}x-\tan^{-1}y|$ for $x, y\in\mathbb{R}^*$ is a metric on $\mathbb{R}^*$.

যদি $\mathbb{R}^*$, extended real number system হয়, তাহলে দেখাও যে $d: \mathbb{R}^*\times\mathbb{R}^*\longrightarrow\mathbb{R}$, $d(x, y)=|\tan^{-1}x-\tan^{-1}y|$, $x, y\in\mathbb{R}^*$ অপেক্ষকটি metric হবে $\mathbb{R}^*$-এ।

यदि $\mathbb{R}^*$ एक विस्तारित वास्तविक संख्या निकाय भए $d(x, y)=|\tan^{-1}x-\tan^{-1}y|\ \forall$ $x, y\in\mathbb{R}^*$ ले दिइएको फलन $d: \mathbb{R}^*\times\mathbb{R}^*\longrightarrow\mathbb{R}$ $\mathbb{R}^*$ मा एक metric हो भनी प्रमाण गर्नुहोस्।

Maynaguri College Library

DSE-2B

LINEAR PROGRAMMING

GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क

1. Answer any *four* questions: 3×4 = 12
যে-কোন *চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
कुनै **चार** प्रश्नहरूका उत्तर दिनुहोस् :

(a) Graph the Convex hull of the points: (0, 0), (0, 1), (1, 2), (1, 1), (4, 0). Which of these points is an interior point of the Convex hull? Express it as a Convex combination of the extreme points. 3
(0, 0), (0, 1), (1, 2), (1, 1), (4, 0) বিন্দুগুলি দিয়ে একটি কনভেক্স হল (Convex hull) অংকন কর। এই বিন্দুগুলির মধ্যে কোন বিন্দুগুলি কনভেক্স হল (Convex hull)-এর অভ্যন্তরীণ (interior) point। এই অভ্যন্তরীন (interior) বিন্দুগুলিকে এক্সট্রিম (extreme) বিন্দুর কনভেক্স কম্বিনেশন আকারে লেখ।
(0, 0), (0, 1), (1, 2), (1, 1), (4, 0) बिन्दुहरूको उत्तल समावरक लेखाचित्र बनाउनुहोस्। यी मध्ये कुन उत्तल समावरक को भित्री बिन्दुहरू हुन् ? यसलाई चरम बिन्दुहरूको उत्तल संचय मा प्रस्तुत गर।

(b) Use dominance to reduce the pay-off matrix and solve the game with the following pay-off matrix: 3
ডমিনেন্স (Dominance) পদ্ধতি ব্যবহার করে নিম্নলিখিত পে-অফ/পরিশোধ ম্যাট্রিক্স রিডিউস (reduce) কর এবং নিম্নলিখিত পরিশোধ ম্যাট্রিক্স (Pay off matrix) বিশিষ্ট খেলা (Game)-কে সমাধান কর।
निम्न pay-off matrix भएको खेल समाधान गर अनि dominance प्रयोग गरेर pay-off matrix लाई घटाऊ।

$$\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} B_1 & B_2 & B_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

(c) Show that $x_1 = 5,\ x_2 = 0,\ x_3 = -1$ is a feasible solution of the following system of equation: 3

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

Is the solution basic? If so, which are the basic variables?
দেখাও যে, $x_1 = 5,\ x_2 = 0,\ x_3 = -1$; $x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$, $2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$ সমীকরণদ্বয়ের সম্ভাব্য সমাধান (Feasible solution)। এই সমাধান কি মৌলিক (Basic) ? যদি হয়, তবে মৌলিক চলরাশি (Basic variable) কারা ?
निम्न समीकरणहरूको साध्य समाधान $x_1 = 5,\ x_2 = 0,\ x_3 = -1$ हो भनी प्रमाण गर।

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$
$$2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5$$

के समाधान आधारी हो ? यदि हो भने आधारी चरहरू के के हुन् ?

(d) Reduce the following minimization problem to a maximization problem in its standard form: 3
নিম্নলিখিত মিনিমাইজেশন প্রবলেম (minimization problem)-কে প্রমাণ আকারে (standard form) ম্যাক্সিমাইজেশন প্রবলেম (maximization problem)-এ পরিণত কর।

Minimize $Z = 3x_1 - 2x_2 + 4x_3$

Subject to, $x_1 + 3x_2 - 4x_3 \le 12$

$2x_1 - x_2 + x_3 \le 20$

$x_1 - 4x_2 - 5x_3 \ge 5$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3$ অবাধ চলরাশি।

Maynaguri College Library

निम्न न्यूनतम समस्या लाई standard रूप को अधीकतम समस्यामा परिणत गर।

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & Z = 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \\ \text{Subject to,} \quad & x_1 + 3x_2 - 4x_3 \le 12 \\ & 2x_1 - x_2 + x_3 \le 20 \\ & x_1 - 4x_2 - 5x_3 \ge 5 \\ & x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \text{ is unrestricted in sign.} \end{aligned}$$

(e) Solve the following L.P.P. by drawing the feasible space and extreme points of the feasible space. 3

নিম্নলিখিত এল.পি.পি. (L.P.P.)-কে সম্ভাব্য অঞ্চল (Feasible space) এবং চরম বিন্দুসমূহ (Extreme points) অংকন করে সমাধান কর।

साध्य मण्डल अनि यसको चरम बिन्दुहरू कोरेर निम्न L.P.P. लाई समाधान गर्नुहोस्।

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & Z = -2x_1 + x_2 \\ \text{Subject to,} \quad & x_1 + x_2 \ge 6 \\ & 3x_1 + 2x_2 \ge 16 \\ & x_2 \le 9 \\ & x_1,\ x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

(f) Prove that the solution of a transportation problem is never unbounded. 3

প্রমাণ কর যে পরিবহন সমস্যা (Transportation problem)-এর সমাধান (Solution) কখনই সীমাহীন (Unbounded) হতে পারে না।

Transportation समस्या को समाधान कहिले पनि असीमित हुदैन भनी प्रमाण गर।

GROUP-B / বিভাগ-খ / समूह-ख

Answer any *four* questions 6×4 = 24

যে-কোন *চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও

कुनै चार प्रश्नहरूका उत्तर दिनुहोस्

2. Solve the following transportation problem. 6

নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যা (Transportation problem)-টি সমাধান কর।

निम्न transportation समस्या समाधान गर।

	D_1	D_2	D_3	a_i
O_1	0	2	1	5
O_2	2	1	5	10
O_3	2	4	3	5
b_j	5	5	10	

3. Show that the set of all feasible solutions to a L.P.P. $Ax = b$, $x \ge 0$ is closed convex set. 6

দেখাও যে একটি L.P.P. $Ax = b$, $x \ge 0$-এর সম্ভাব্য সমাধানের (Feasible solutions) সেটটি হল বদ্ধ উত্তল (closed convex)।

एउटा L.P.P. $Ax = b$, $x \ge 0$ को सबै साध्य समाधानहरू को समुच्चय एक बन्द उत्तल समुच्चय हो भनी प्रमाण गर।

Mayurbhanj College Library

4. Find out the optimal assignment cost from the following cost matrix: 6

নীচের মূল্য ম্যাট্রিক্স থেকে optimal assignment cost বের কর।

निम्न लागत matrix बाट इष्टतम नियतन लागत पत्ता लगाउनुहोस्।

	I	II	III	IV	V
A	9	3	4	2	10
B	12	10	8	11	9
C	11	2	9	0	8
D	8	0	10	3	7
E	7	5	6	2	9

5. Use Simplex method to solve the following L.P.P. 6

Simplex Method-প্রয়োগ করে নিম্নলিখিত L.P.P.-এর সমাধান কর।

Simplex विधि प्रयोग गरेर निम्न L.P.P. समाधान गर।

Maximize $Z = 3x_1 + 2x_2$

Subject to, $2x_1 + x_2 \le 12$

$6x_1 + 5x_2 \le 40$

$x_1,\ x_2 \ge 0$

6. Prove that if a L.P.P. has at least two optimal feasible solutions, then there are infinite number of optimal solutions. 6

প্রমাণ কর, যদি একটি L.P.P.-এর অন্ততপক্ষে দুটি সর্বোত্তম সমাধান (optimal solutions) থাকে, তবে ঐ L.P.P.-এর অসংখ্য সর্বোত্তম সমাধান (infinite optimal solutions) থাকবে।

प्रमाण गर्नुहोस् कि यदि एक L.P.P. को कम से कम दुईवटा इष्टतम साध्य समाधानहरू भए यसका इष्टतम समाधानहरू अनंत संख्यामा हुन्छ।

7. Use Big-M method to solve the following L.P.P. 6

বিগ এম (Big-M) পদ্ধতি প্রয়োগ করে নীচের L.P.P.টি সমাধান কর।

Big-M विधि प्रयोग गरेर निम्न L.P.P. समाधान गर्नुहोस्।

Minimize $Z = 4x_1 + 3x_2$

Subject to, $x_1 + 2x_2 \ge 8$

$3x_1 + 2x_2 \ge 12$

$x_1,\ x_2 \ge 0$

GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग

Answer any *two* questions 12×2 = 24

যে-কোন *দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও

कुनै दुई प्रश्नहरूका उत्तर दिनुहोस्

8. (a) Solve graphically the following game: 6

গ্রাফিক্যালি নীচের খেলা (Game)টির সমাধান কর।

ग्राफिक रूपमा निम्न खेललाई समाधान गर।

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	2	3	−1
A_2	4	3	2	6

Maynaguri College Library

(b) Let $[a_{ij}]$ be the pay off matrix of a game prove that the game has a saddle point iff $\max_i[\min_j a_{ij}] = \min_j[\max_i a_{ij}]$. 6

ধর, $[a_{ij}]$ হল একটি খেলার পরিশোধ ম্যাট্রিক্স (pay off matrix)। প্রমাণ কর খেলাটির স্যাডল পয়েন্ট (saddle point) থাকবে ইফ অ্যান্ড ওনলি ইফ (if and only if) $\max_i[\min_j a_{ij}] = \min_j[\max_i a_{ij}]$।

यदि $[a_{ij}]$ एउटा खेलको pay off matrix भए, प्रमाण गर्नुहोस् कि खेलको saddle point छ यदि $\max_i[\min_j a_{ij}] = \min_j[\max_i a_{ij}]$ भए मात्र।

9. Find the dual problem of the following L.P.P. and solve the dual problem. 12

Dual problem-এর সমাধান করে নীচের L.P.P.-এর সমাধান কর।

निम्न समस्याको dual समस्या पत्ता लगाउँनुहोस् र यसलाई समाधान गर्नुहोस्।

Maximize $Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$

Subject to,
$$x_1 + 2x_2 + x_3 \le 5$$
$$2x_1 - x_2 + 3x_3 \le 2$$
$$x_1,\ x_2,\ x_3 \ge 0$$

10. Solve the following L.P.P. by two phase method: 12

Two phase পদ্ধতি প্রয়োগ করে নীচের L.P.P.-টির সমাধান কর।

निम्न L.P.P. लाई two phase विधि ले समाधान गर।

Maximize $Z = 2x_1 - 3x_2$

Subject to,
$$-x_1 + x_2 \ge -2$$
$$5x_1 + 4x_2 \le 46$$
$$7x_1 + 2x_2 \ge 32$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0$$

11. A manufacturer of furniture makes two products chair and tables. Processing of the products is done on two machines A and B. A chair requires 2 hours on machine A and 6 hours on machine B. A table requires 5 hours on machine A and 2 hours on machine B. There are 16 hours of time per day is available on machine A and 22 hours on machine B. Profit gained by the manufacturer from a chair and a table is Rs. 1 and Rs. 5, respectively. Formulate a L.P.P. to maximize profit per day and solve it. 8+4

একটি আসবাবপত্র প্রস্তুতকারক সংস্থা চেয়ার (chair) ও টেবিল (table) তৈরী করে A ও B যন্ত্রের দ্বারা। একটি চেয়ার (chair) তৈরী করতে 2 ঘন্টা A যন্ত্রটি ও 6 ঘন্টা B যন্ত্রটির দরকার হয়। একটি টেবিল (table) তৈরী করতে 5 ঘন্টা A যন্ত্রটি এবং 2 ঘন্টা B যন্ত্রটির প্রয়োজন হয়। A যন্ত্রটি প্রতিদিন 16 ঘন্টা ও B যন্ত্রটি প্রতিদিন 22 ঘন্টা কাজ করতে পারে। একটি চেয়ারে (chair) লাভ হয় Rs. 1 এবং একটি টেবিল (table)-এ লাভ হয় Rs. 5। চেয়ার (chair) ও টেবিল (table) কত পরিমাণে তৈরী করা উচিত যাতে লাভ সর্বোচ্চ হয়? এই মর্মে একটি L.P.P. তৈরী ও সমাধান কর।

फर्नीचरको एक निर्माताले कुर्सी र टेबल बनाउँछ। उत्पादनहरूको प्रशोधन दुईवटा मेसिन A र B मा गरिन्छ। मेसिन A मा एउटा कुर्सीलाई 2 घण्टा र मेसिन B मा 6 घण्टा चाहिन्छ। मेसिन A मा एउटा टेबल लाई 5 घण्टा र मेसिन B मा 2 घण्टा चाहिन्छ। मेसिन A मा दिनको 16 घण्टा र मेसिन B मा 22 घण्टा समय उपलब्ध छ। एक कुर्सी र टेबल बाट उत्पादकले कमाएको नाफा क्रमशः Rs. 1 र Rs. 5 छ। प्रति दिन नाफा अधिकतम गर्न L.P.P. बनाउँनुहोस् र यसलाई समाधान गर्नहोस्।

——×——

Maynaguri College Library