



'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

**UNIVERSITY OF NORTH BENGAL**  
B.Sc. Programme 5th Semester Examination, 2023

**DSE1/2/3-P1-MATHEMATICS**

**(REVISED SYLLABUS 2023)**

*The figures in the margin indicate full marks.*

**The question paper contains paper DSE-1A and DSE-1B.  
The candidates are required to answer any one from two courses.  
Candidates should mention it clearly on the Answer Book.**

**DSE-1A**

**NUMERICAL METHODS**

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 40

**GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক**

1. Answer any *five* questions:

1×5 = 5

নিম্নলিখিত যে-কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ  
কোন পাঁচ প্রশ্নের উত্তর দেওঃ

(a) If  $V_T = 3.753627$  and  $V_A = 3.7537$  are the true value and approximate value respectively, then find absolute and relative errors.

যদি  $V_T = 3.753627$  এবং  $V_A = 3.7537$  যথাক্রমে সঠিক মান এবং আনুমানিক মান হলে absolute এবং relative ত্রুটিগুলি নির্ণয় কর।

যদি  $V_T = 3.753627$  অনি  $V_A = 3.7537$  কুনৈ সংলে সাঁচো মান র অনুমানিত মান ধএ নিরপেক্ষ ত্রুটি র সাপেক্ষ ত্রুটি নির্ণয় গর।

(b) Calculate  $(\nabla \cdot \Delta)(x^2 + 4x)$ .

$(\nabla \cdot \Delta)(x^2 + 4x)$ -এর মান নির্ণয় কর।

$(\nabla \cdot \Delta)(x^2 + 4x)$  নির্ণয় গর।

(c) What is a sufficient condition for the convergence of Newton-Raphson method?

Newton-Raphson পদ্ধতিটি অভিসারি হওয়ার যথেষ্ট শর্তটি কি ?

Newton-Raphson পদ্ধতি অভিকেন্দ্রীত হুনে পর্যাপ্ত শর্তহরু কে হো ?

(d) Why polynomials are used for approximating in interpolation?

কেন বহুপদী আসন্ন interpolation-এর জন্য ব্যবহৃত হয় ?

Interpolation অনুমানিত গর্দ বহুপদহরু কিন প্রয়োগমা আউঁচ।

(e) What are the demerits of Lagrange's interpolation formula?

Lagrange interpolation সূত্রের ত্রুটিগুলি কি কি ?

Lagrange কৌ interpolation সূত্র কৌ অগুণহরু কে হো ?

(f) What is the degree of approximating polynomial corresponding to the Simpson's  $\frac{1}{3}$ rd rule?

Simpson's  $\frac{1}{3}$ rd rule-এর প্রেক্ষিতে approximating বহুপদী রাশিমালার মাত্রা কি ?

Simpson को  $\frac{1}{3}$  नियम संग सम्बन्धित अनुमानित बहुपदको डिग्री के हो ?

(g) What is the order of Convergence of Regula-Falsi method?

Regula-Falsi পদ্ধতির অভিসারণের ক্রম কি ?

Regula-Falsi पद्धतिको अभिकेन्द्रन को order के के हो ?

(h) Convert the following system of equations in diagonally dominant form:

নিম্নলিখিত সমীকরণ তন্ত্রটিকে diagonally dominant রূপে প্রকাশ করঃ

दिइएको समीकरण प्रणाली लाई विकर्ण dominant रूपमा परिणत गर ।

$$x - y + 5z = 7$$

$$6x + y + z = 20$$

$$x + 4y - z = 6$$

### GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

2. Answer any **three** questions:

5×3 = 15

নিম্নলিখিত যে-কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै तीन प्रश्नका उत्तर देऊः

(a) Explain the bisection method for computing a real root of the equation  $f(x) = 0$ . Also, give its geometrical interpretation.

$f(x) = 0$  কোন একটি সমীকরণের একটি বাস্তব বীজ নির্ণয়ের bisection পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা কর। এছাড়াও ইহার জ্যামিতিক ব্যাখ্যা দাও।

समीकरण  $f(x) = 0$  को वास्तविक मूल गणना गर्ने bisection पद्धति व्याख्या गर । यसको ज्यामितीय व्याख्या पनि गर ।

(b) Solve the system by Gauss-Jacobi iteration method:

Gauss-Jacobi iteration পদ্ধতি অনুসারে সমাধান করঃ

दिइएको प्रणालीलाई Gauss-Jacobi iteration पद्धति द्वारा समाधान गरः

$$x + y + 4z = 9$$

$$8x - 3y + 2z = 20$$

$$4x + 11y - z = 33$$

(c) Given the following table, find  $f(x)$  assuming it to be a polynomial of degree three in  $x$ .

নিম্নলিখিত সারণী দেওয়া আছে,  $x$ -এর তিন মাত্রায়ুক্ত বহুপদী রাশিমালা ধরে  $f(x)$  নির্ণয় করঃ

निम्न दिइएको तालिका बाट,  $f(x)$  लाई  $x$  मा degree तीन भएको polynomial मानी  $f(x)$  निर्णय गरः

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	1	2	11	34

- (d) Evaluate  $\int_0^3 \frac{dx}{1+x^2}$ , by using Weddle's rule, taking 6 (six) intervals, correct upto 2 decimal places.

Weddle-এর নীতি প্রয়োগ করে  $\int_0^3 \frac{dx}{1+x^2}$  এর মান নির্ণয় কর (সঠিক 2 দশমিক স্থান পর্যন্ত) 6টি অন্তরাল ধরে নিয়ে।

Weddle को नियम द्वारा  $\int_0^3 \frac{dx}{1+x^2}$  को निर्णय गर। 6 वटा अन्तरल लिएर अनि 2 दशमलव places सम्म।

- (e) Use Euler's method, solve the following problem for  $x = 0.4$  by taking  $h = 0.2$ .

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{y+x} \quad \text{with } y(0) = 1$$

Euler's পদ্ধতি ব্যবহার করে,  $x = 0.4$  এর জন্য নিম্নলিখিত সমস্যাটি সমাধান কর যেখানে  $h = 0.2$

এবং  $y(0) = 1$ ,  $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{y+x}$ ।

Euler को पद्धति द्वारा दिइएको problem समाधान गर  $x = 0.4$  को लागी अनि  $h = 0.2$  लिएर।

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{y+x} \quad y(0) = 1 \text{ संग}$$

### GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

Answer any two questions

10×2 = 20

নিম্নলিখিত যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

কোন দুই প্রশ্নের উত্তর দেও

3. (a) Find a positive root of  $x^3 + x - 1 = 0$  by the iterative method, correct to two decimal places. 5

Iterative পদ্ধতিতে  $x^3 + x - 1 = 0$  সমীকরণটির 2 দশমিক স্থান পর্যন্ত সঠিক কোন একটি ধনাত্মক বীজ নির্ণয় কর।

Iterative পদ্ধতি দ্বারা  $x^3 + x - 1 = 0$  কো ধনাত্মক মূল প্রাপ্ত কর, দুই দশমলব places সম্ম।

- (b) Give the following table: 5

$x$	0	5	10	15	20
$f(x)$	1.0	1.6	3.8	8.2	15.4

Construct the difference table and compute  $f(19)$  by Newton's backward formula.

নিম্নলিখিত সারণী দেওয়া আছে

$x$	0	5	10	15	20
$f(x)$	1.0	1.6	3.8	8.2	15.4

Difference সারণী গঠন কর এবং Newton's backward সূত্র ব্যবহার করে  $f(19)$  এর মান নির্ণয় কর।

দিइएको टेबल यस प्रकार छ:

$x$	0	5	10	15	20
$f(x)$	1.0	1.6	3.8	8.2	15.4

Difference टेबल बनाऊ अनि Newton को backward सूत्र बाट  $f(19)$  निर्णय गर।

4. (a) Solve by Gauss-Seidel iteration method, the system

$$3x + 9y - 2z = 11$$

$$4x + 2y + 13z = 24$$

$$4x - 2y + z = -8$$

upto three significant figures.

Gauss-Seidel iteration पद्धति ব্যবহার করে নিম্নলিখিত system টি সমাধান কর তিন সার্থক (significant) পরিসংখ্যান (figures) পর্যন্ত

$$3x + 9y - 2z = 11$$

$$4x + 2y + 13z = 24$$

$$4x - 2y + z = -8$$

Gauss-Seidel iteration পদ্ধতি দ্বারা প্রণালী

$$3x + 9y - 2z = 11$$

$$4x + 2y + 13z = 24$$

$$4x - 2y + z = -8 \text{ को समाधान गर 3 significant figures सम्म।}$$

(b) Find the value of  $\int_0^1 \frac{x}{1+x} dx$  taking 5-sub-intervals, by Trapezoidal Rule, correct upto 2 significant figures.

পাঁচ উপবিভাগ (Sub-intervals) ধরে, Trapezoidal নিয়ম ব্যবহার করে

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x} dx$$

এর মান নির্ণয় কর দুই সার্থক (Significant) পরিসংখ্যান (figures) পর্যন্ত সঠিক।

5 उपअन्तरल लिए  $\int_0^1 \frac{x}{1+x} dx$  को मान 2 significant figure सम्म। Trapezoidal को नियम प्रयोग गरेर निर्णय गर।

5. (a) Prove that: / প্রমাণ করঃ / প্রমাণ কর:

(i)  $\Delta \cdot \nabla = \Delta - \nabla$

(ii)  $E \cdot \Delta = \Delta \cdot E$

(b) Obtain the missing terms in the following table:

নিম্নলিখিত সারণী থেকে অনুপস্থিত সংখ্যা (missing term) নির্ণয় কর।

दिइएको तालिका बाट हराएको term प्राप्त गर:

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	—	64	—	216	343	512

6. (a) Use Runge-Kutta method of order 2 to approximate  $y$  when  $x = 0.1$  and  $x = 0.2$  given that

$$\frac{dy}{dx} = y - x, \quad y(0) = 2$$



$x = 0.1$  एवं  $x = 0.2$  धरे, दुई मात्रार Runge-Kutta पद्धति व्यवहार करे  $y$ -एर मान निर्णय कर निम्नलिखित समीकरण थेके

$$\frac{dy}{dx} = y - x, \quad y(0) = 2$$

$x = 0.1$  र  $x = 0.2$  हुदाँ  $y$  को मान अनुमानित गर्नु order 2 भएको Runge-Kutta पद्धति प्रयोग गर। दिइएको छ  $\frac{dy}{dx} = y - x, y(0) = 2$

- (b) Discuss the Gauss-elimination method to find the solution of a given system of equations. 5

एकटि समीकरण तन्त्रेण समाधान निर्णयेर Gauss-elimination पद्धति व्याख्या कर।

दिइएको समीकरणको प्रणाली को समाधान गर्न Gauss-elimination पद्धति व्याख्या गर।

### DSE-1B

#### GROUP THEORY AND LINEAR ALGEBRA

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 60

#### GROUP-A / विभाग-क / समूह-क

1. Answer any *four* questions from the following: 3×4 = 12

निम्नलिखित ये-कौन चारटि प्रश्नर उन्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नहरू उत्तर देऊ।

- (a) Prove that if every element of a group  $G$  is its own inverse, then it is an abelian group. 3

प्रमाण कर ये, यदि एकटि ग्रुपेर (group) प्रतिटि उपादान तार निजस inverse हर, तबे सेटि एकटि abelian group हबे।

यदि ग्रुप  $G$  को प्रत्येक element यसको आफनै inverse हो भने, यो एउटा abelian ग्रुप हो भनी प्रमाण गर।

- (b) In a group  $G$ ,  $a$  is an element of order 30, then find the order of  $a^{18}$ . 3

एकटि group  $G$  ते,  $a$  हल एकटि उपादान यार क्रम 30, तारपर  $a^{18}$ -एर क्रम खोज।

ग्रुप  $G$  मा  $a$  order 30 भएको एउटा element हो भने  $a^{18}$  को order निर्णय गर।

- (c) Check whether the set  $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z^2\}$  is a subspace of  $\mathbb{R}^3$  or not. 3

$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2\}$  सेटि  $\mathbb{R}^3$ -एर एकटि साबस्पेस किना ता परीक्षा कर।

सेट  $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z^2\}$   $\mathbb{R}^3$  को subspace हो वा होइन जाँच गर।

- (d) Show that a Linear mapping  $T : V \rightarrow W$  is injective iff  $\ker T = \{\theta_v\}$ . 3

देखाओ ये एकटि रैखिक म्यापिंग  $T : V \rightarrow W$  injective यदि एवं शुरुमात्र यदि  $\ker T = \{\theta_v\}$ ।

Linear mapping  $T : V \rightarrow W$  injective हो यदि अनि यदि मात्र  $\ker T = \{\theta_v\}$  भनी प्रमाण गर।

- (e) Prove that intersection of two subgroups of a group is a subgroup.  
 प्रमाण कर ये, एकटा group-एर दुटा subgroup-एर छेदो एकटा subgroup हवे।  
 ग्रुपको दुईवटा उपग्रुप को प्रतिच्छेदन एउटा ग्रुपले हो भनी प्रमाण गर।
- (f) Find all generators of the cyclic group generated by the 7<sup>th</sup> roots of unity.  
 1-एर 7<sup>th</sup> तम बीज द्वारा उद्गम्य करा एकटा 'cyclic group'-एर समस्त 'generators' खोज।  
 Unity को 7<sup>th</sup> root बाट उत्पन्न भएको cyclic ग्रुप का सबै generator हरू को निर्णय गर।

**GROUP-B / विभाग-ख / समूह-ख**

2. Answer any **four** questions from the following:

6×4 = 24

निम्नलिखित ये-कोन चारटा प्रश्नर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर देऊ :

- (a) Let  $GL_2(\mathbb{R})$  denote the group of all  $2 \times 2$  non-singular matrices over  $\mathbb{R}$  w. r. t. matrix multiplication. Show that the set  $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} : a^2 + b^2 = 1 \right\}$  forms a sub-groups of  $GL_2(\mathbb{R})$ .

धर  $GL_2(\mathbb{R})$  एकटा group येटा  $\mathbb{R}$ -एर उपर समस्त  $2 \times 2$  non-singular matrix-एर संग्रह या matrix ग्रुप एर सापेक्षे group हय। देखाओ ये, एई सेट  $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} : a^2 + b^2 = 1 \right\}$ -टि  $GL_2(\mathbb{R})$  एवंग एकटा 'Subgroup' गठन करे।

यदि  $GL_2(\mathbb{R})$  ले म्याट्रिक्स गुणनको सन्दर्भमा  $\mathbb{R}$  मा सबै  $2 \times 2$  non-singular म्याट्रिक्सहरूको ग्रुप जनाउँछ भने सेट  $H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} : a^2 + b^2 = 1 \right\}$  ले ग्रुप  $GL_2(\mathbb{R})$  को उपग्रुप हो भनी प्रमाण गर।

- (b) Prove that order of each subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

प्रमाण कर ये, एकटा सीमित group-एर अतिटि subgroup क्रमटि group-एर क्रमटि एर एकटा विभाजक। एउटा सिमित ग्रुपको प्रत्येक उपग्रुपको order, ग्रुपको order को भाजक हो भनी प्रमाण गर।

- (c) Find a basis and dimension of the subspace  $W$  of  $\mathbb{R}^3$ , where

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$$

$\mathbb{R}^3$ -र subspace  $W$  एर basis and dimension खोज, येखाने

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$$

$\mathbb{R}^3$  को उप space  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$  को basis अनि dimension निर्णय गर।

- (d) Let  $(G, \circ)$  be a group. Prove that a non-empty subset  $H$  of  $G$  forms a subgroup of  $(G, \circ)$  if and only if  $a \in H, b \in H \Rightarrow a \circ b^{-1} \in H$ .

धरि  $G$  एकटा group। प्रमाण कर  $G$ -एर एकटा non-empty उपसेट  $H$ ,  $(G, \circ)$ -एर एकटा subgroup गठन करे यदि एवंग केवल मात्र यदि  $a \in H, b \in H \Rightarrow a \circ b^{-1} \in H$ .

मानौ  $(G, \circ)$  एउटा ग्रुप हो।  $G$  को एउटा non-empty उपसेट  $H$  ले उपग्रुप form गर्छ यदि अनि यदि मात्र  $a \in H, b \in H \Rightarrow a \circ b^{-1} \in H$  हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(e) A linear mapping  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  is defined by

$$T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, 2x + 3y + z, 3x + y + 2z) \text{ for } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

Find the matrix of  $T$  relative to the ordered basis  $\{(2, 1, 0), (0, 0, 1), (0, 2, 1)\}$ .

$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , একটি রৈখিক অপেক্ষক যা

$$T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, 2x + 3y + z, 3x + y + 2z)$$

দ্বারা সংজ্ঞায়িত।  $\{(2, 1, 0), (0, 0, 1), (0, 2, 1)\}$  একটি ordered basis-এর সাপেক্ষে  $T$ -এর ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় কর।

একটা linear mapping  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$   $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  को लागि,  $T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, 2x + 3y + z, 3x + y + 2z)$  द्वारा परिभाषित छ। क्रमबद्ध basis  $\{(2, 1, 0), (0, 0, 1), (0, 2, 1)\}$  को सापेक्षमा  $T$  को म्याट्रिक्स निर्णय गर।

(f) Show that every subgroup of a cyclic group is cyclic.

দেখাও যে একটি cyclic group-এর প্রতিটি subgroup, cyclic হয়।

Cyclic গ্রুপকো প্রত্যেক উপগ্রুপ cyclic হোঁ মনী প্রমাণ কর।

### GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

3. Answer any two questions from the following:

12×2 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

কোন দুই প্রশ্নকো উত্তর দেও:

(a) (i) Let  $(G, \circ)$  be a finite semigroup in which both the cancellation laws hold. Then show that  $(G, \circ)$  is a group.

ধরো  $(G, \circ)$  এমন একটি semigroup যেখানে উভয় cancellation নীতি প্রযোজ্য। তবে দেখাও যে  $(G, \circ)$  একটি group হবে।

মানো  $(G, \circ)$  একটা সিমিত অর্ধ গ্রুপ হোঁ জস্মা দুই cancellation কো নিয়ম রাখ্ত।  $(G, \circ)$  একটা গ্রুপ হোঁ মনী প্রমাণ কর।

(ii) If  $(G, \circ)$  is a group in which  $(a \circ b)^3 = a^3 \circ b^3$  and  $(a \circ b)^5 = a^5 \circ b^5$  for all  $a, b \in G$ , then show that  $G$  is abelian.

যদি  $(G, \circ)$  এমন একটি group যার মধ্যে সমস্ত  $a, b$  এর জন্য  $(a \circ b)^3 = a^3 \circ b^3$  এবং  $(a \circ b)^5 = a^5 \circ b^5$  প্রযোজ্য হয়, তবে দেখাও যে  $(G, \circ)$  একটি abelian group হবে।

যদি  $(G, \circ)$  একটা গ্রুপ ময় জহাঁ  $\forall a, b \in G$ ,  $(a \circ b)^3 = a^3 \circ b^3$  অনি  $(a \circ b)^5 = a^5 \circ b^5$  হুন্ত মনী  $G$  abelian হোঁ মনী প্রমাণ কর।

(b) (i) State and prove Fermat's Little theorem.

Fermat's Little উপপাদ্যটি বর্ণনা এবং প্রমাণ কর।

Fermat কো Little theorem উল্লেখ অনি প্রমাণ কর।

- (ii) Let  $H$  and  $K$  be two subgroups of a group  $G$ . Show that  $HK$  is a subgroup of  $G$  iff  $HK = KH$ .

ধরে নাও 'H' এবং 'K' হল 'G'-এর দুটো Subgroup। প্রমাণ কর যে,  $HK$  হল  $G$ -এর একটি Subgroup যদি এবং কেবলমাত্র যদি  $HK = KH$ ।

মানো  $H$  র  $K$ ,  $G$  কো দুই উপগ্রুপ হরু হো।  $G$  কো এতটা উপগ্রুপ  $HK$  হো যদি অনি যদি মাত্র  $HK = KH$  হুন্ড ভনী প্রমাণ গর।

- (c) (i) Show that the set of vectors  $S = \{(1, 2, 3, 0), (2, 1, 0, 5), (1, 1, 1, 1), (2, 3, 4, 1)\}$  is linearly dependent in  $\mathbb{R}^4$ . Find a linearly independent subset  $S_1$  of  $S$  such that  $L(S_1) = L(S)$ .

দেখাও যে,  $S = \{(1, 2, 3, 0), (2, 1, 0, 5), (1, 1, 1, 1), (2, 3, 4, 1)\}$  ভেক্টরের সেটটি  $\mathbb{R}^4$ -এ রৈখিক ভাবে নির্ভরশীল (linearly dependent)।  $S$ -এর মধ্যে থেকে একটি রৈখিকভাবে অনির্ভরশীল উপসেট  $S_1$  কে খুঁজে বের কর যাতে  $L(S_1) = L(S)$  হবে।

প্রমাণ গর সদিশহরু কো সেট  $S = \{(1, 2, 3, 0), (2, 1, 0, 5), (1, 1, 1, 1), (2, 3, 4, 1)\}$  linearly dependent  $\mathbb{R}^4$  মা ড।  $S$  কো linearly independent উপসেট  $S_1$  নির্ণয় গর জহাঁ  $L(S_1) = L(S)$ ।

- (ii) Determine the linear mapping  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , that maps the basis vectors  $(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$  of  $\mathbb{R}^3$  to the vectors  $(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 0)$  respectively.

একটি রৈখিক অপেক্ষক  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  নির্ণয় কর যা  $\mathbb{R}^3$ -এর basis ভেক্টর  $(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$  গুলিকে যথাক্রমে  $(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 0)$  কে সূচিত করে।

$\mathbb{R}^3$  কো basis সদিশহরু  $(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$  লে  $(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 0)$  সদিশহরুলারাই ক্রমসংগলে map গর্নে linear mapping  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  নির্ণয় গর।

- (d) (i) Show that any two bases of a finite dimensional vector space  $V$  have the same number of vectors.

দেখাও যে, একটি সসীম মাত্রিক (dimension) vector space  $V$ -এর যেকোন দুটি basis-এ একই সংখ্যক ভেক্টর রয়েছে।

সিমিত dimensional সদিশ মণ্ডল  $V$  কো কুনৈ দুই bases কো সমান সংখ্যাকো সদিশহরু হুন্ড ভনী প্রমাণ গর।

- (ii) Let  $T$  be a linear mapping on  $\mathbb{R}^3$  defined by

$$T(x, y, z) = (3x, x - y, 2x + y + z)$$

Show that  $T$  is invertible and find  $T^{-1}$ .

$T(x, y, z) = (3x, x - y, 2x + y + z)$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত  $\mathbb{R}^3$ -এ  $T$  একটি রৈখিক ম্যাপিং ধরা হল। দেখাও যে,  $T$  বিপরীতমুখী (invertible) এবং  $T^{-1}$  সন্ধান কর।

যদি  $T(x, y, z) = (3x, x - y, 2x + y + z)$  লে পরিমাণিত  $T$  এতটা  $\mathbb{R}^3$  মা ঠেকো linear mapping ঠে  $T$  invertible হো ভনী প্রমাণ গর অনি  $T$  নির্ণয় গর।